

# DAEU A

MAI 2010

## MATHEMATIQUES

Durée : 3h

### Exercice 1 (3 points)

Le prix de vente d'un objet au 1 janvier 2001 augmente en cours d'année successivement de 15% puis de 7%. Il diminue ensuite de 9% puis augmente à nouveau de 3% en fin d'année.

- 1) Donner au centième près le pourcentage global qui remplace les quatre opérations de l'année 2001. **(2 points)**
- 2) Sachant que le prix de l'objet au 1 janvier 2002 est de 113€, calculer à l'euro près ce prix au 1 janvier 2001. **(1 point)**

### Exercice 2 (4,5 points)

Jeanne, passionnée d'un jeu sur ordinateur, a relevé la durée en secondes des 40 parties qu'elle a jouées. Ces durées ont été classées par ordre croissant dans le tableau ci-dessous.

49	55	57	57	57	58	58	59	60	60	60	62	63	63	63	63	64	64	64	64
65	65	66	67	69	69	70	70	72	74	74	75	75	76	77	78	79	80	80	82

Ainsi, par exemple, il y a eu quatre parties jouées en 64 secondes chacune.

- 1) Déterminer la médiane, le premier et troisième quartile de cette série de valeurs. Justifier tous les calculs. **(1,5 points)**
- 2) Représenter cette série par un diagramme en boîte. (Prendre pour unité 1cm pour 10 secondes) **(0,5 point)**
- 3) a) Calculer en secondes la moyenne  $m$  (arrondir à l'unité près). Justifier le calcul. **(0,5 point)**  
b) Donner les formules permettant de calculer l'écart type  $s$ . On admet que :  $s = 8$  (arrondi à l'unité près) **(0,25 point)**
- 4) Si les durées des 40 parties jouées par Jeanne suivaient une loi de Gauss, on cherche dans quel intervalle se situeraient les durées de 68% d'entre-elles.
  - a) Donner d'abord cet intervalle en fonction de  $m$  et  $s$  puis numériquement. **(0,5 point)**

b) Est-ce que les durées des 40 parties jouées par Jeanne suivent une loi de Gauss ? Justifier la réponse. **(0,5 point)**

Le fabricant de ce jeu, après avoir effectué une enquête auprès d'un grand nombre de joueurs, a estimé que les durées des parties constituaient des données gaussiennes. Le fabricant annonce : « Vous avez 95% de chances de jouer chaque partie dans une durée comprise entre 50 secondes et une minute 14 secondes. » Déterminer la moyenne et l'écart type en secondes des durées des parties obtenues par l'enquête du fabricant. **(0,5 point)**

5) Peut-on affirmer que 95% des 40 parties jouées par Jeanne ont une durée comprise entre 50 secondes et une minute 14 secondes ? Justifier la réponse. **(0,25 point)**

### Exercice 3 (3 points)

En 2009 Jean achète 8 objets A au prix unitaire de  $x$  € et 5 objets B au prix unitaire de  $y$  € pour un prix total de 68€. Un an plus tard le prix de l'objet A a augmenté de 20% et le prix de l'objet B a baissé de 15% ; le prix total a augmenté de 6,6€.

- 1) Exprimer le nouveau prix de l'objet A en fonction de  $x$ , et le nouveau prix de l'objet B en fonction de  $y$ . **(0,5 point)**
- 2) Montrer que l'on a :  $8x + 5y = 68$  et  $9,6x + 4,25y = 74,6$  **(1 point)**
- 3) Déterminer  $x$  et  $y$ . **(1,5 points)**

### Exercice 4 (9,5 points)

On étudie l'évolution de l'effectif d'une population de bactéries (estimé en milliers d'individus) en fonction du temps (exprimé en heures). On commence les relevés à 15 h et on fait un relevé toutes les heures.

On appelle  $n$  la durée en heures écoulée depuis 15 h. On note  $u_n$  l'effectif de la population de bactéries en milliers d'individus, relevé après  $n$  heures. L'objectif de cet exercice est de réfléchir sur deux modèles qui essaient de décrire l'évolution de la population observée.

#### PARTIE A

Les premiers relevés permettent de dresser le tableau suivant :

Heure	15 h	16 h	17 h	18 h	19 h
$n$ (durée en h écoulée depuis 15 h)	0	1	2	3	4
$u_n$ (nombre de bactéries en milliers)	6,9	8,1	9,6	11,1	12,7

- 1) Placer dans un repère ayant 2cm pour unité sur l'axe des abscisses et 1cm pour unité sur l'axe des ordonnées les points  $M_n$  de coordonnées  $(n ; u_n)$  **(0,5 point)**

- 2) Etablir par le calcul si chacun des points  $M_2, M_3, M_4$  appartient ou pas à la droite  $(M_0M_1)$  passant par  $M_0$  et  $M_1$ . **(1 point)**

#### PARTIE B

On saisit les données précédentes dans les colonnes A, B, C d'une feuille de calcul de tableur.  
(Voir feuille annexe)

Les observations de la partie A suggèrent de modéliser l'évolution du nombre de bactéries, en milliers d'individus après une durée de  $n$  heures, à l'aide de la suite  $(v_n)$  définie par :

$$v_0 = 6,9 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = v_n + 1,4.$$

- 1) a) Calculer  $v_1$  et  $v_2$ . **(0,5 point)**  
b) Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$  ? Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ . **(1 point)**
- 2) Quel est le nombre de bactéries que l'on peut prévoir à 7 h et 8 h, le lendemain du jour du début de l'étude, si on utilise ce modèle ? **(1 point)**
- 3) En utilisant la feuille de calcul d'un tableur reproduite sur la feuille annexe, donner une formule à inscrire dans la cellule D4 permettant d'obtenir en recopiant vers le bas dans la colonne D les valeurs de la suite  $(v_n)$ . **(0,5 point)**
- 4) Suivant ce modèle, à partir de combien d'heures le nombre de bactéries devrait-il quadrupler ? **(1 point)**

#### PARTIE C

En fait les relevés effectués permettent de trouver :  $u_{16} = 51$  et  $u_{17} = 62$  ce qui met en défaut le modèle précédent. On décide donc de modéliser différemment l'évolution du nombre de bactéries en milliers d'individus après une durée de  $n$  heures en se servant de la suite  $(w_n)$  définie par :  $w_0 = 6,9$  et  $w_n = 6,9 \times 1,136^n$

- 1) a) Calculer  $w_1$  et  $w_2$ . (Arrondir au dixième) **(0,5 point)**  
b) Exprimer  $w_{n+1}$  en fonction de  $w_n$ . Quelle est la nature de la suite  $(w_n)$  ? **(1,5 points)**
- 2) Calculer  $w_{16}$  et  $w_{17}$ . (Arrondir au dixième) **(0,5 point)**
- 3) Calculer l'écart, en pourcentage par rapport à  $u_{16}$ , arrondi au dixième, entre  $w_{16}$  et  $u_{16}$ .  
Que peut-on en déduire quant à la fiabilité de ce modèle ? **(0,5 point)**
- 4) Dans la feuille de calcul reproduite dans la feuille annexe on a saisi 1,136 dans la cellule E1 et 6,9 dans la cellule E3. Parmi les formules suivantes quelles sont celles qui permettent

en les inscrivant dans la cellule E4 et en recopiant vers le bas d'obtenir dans la colonne E les valeurs de la suite  $(w_n)$ .

a) = E3\*E1 ; b) = E3\*E\$1 ; c) = E\$3\*(E\$1^A4) ; d) = E\$3\*(E\$1^B4)      **(1 point)**

**FIN**

## FEUILLE ANNEXE

	A	B	C	D	E
<b>1</b>					1,136
<b>2</b>	heure	Durée n	$u_n$	$v_n$	$w_n$
<b>3</b>	15 h	0	6,9	6,9	6,9
<b>4</b>	16 h	1	8,1		
<b>5</b>	17 h	2	9,6		
<b>6</b>	18 h	3	11,1		
<b>7</b>	19 h	4	12,7		
<b>8</b>	20 h	5			
<b>9</b>	21 h	6			
<b>10</b>	22 h	7			
<b>11</b>	23 h	8			